

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Όν/μο:.....

52

Ύλη : Εξισώσεις-Ανισώσεις ,Γεωμετρία

Γ'Γυμνασίου

06-03-13

Θέμα 1^ο :

- A. Πως λύνουμε μια εξίσωση της μορφής $ax^2 + bx + \gamma = 0$, με $a \neq 0$, με τη βοήθεια τύπου ; (6 μον.)
- B. Να γράψετε ένα παράδειγμα ανισότητας και ένα ανίσωσης και να εξηγήσετε τη διαφορά τους . (6 μον.)
- Γ. Πότε δύο τρίγωνα λέγονται όμοια ; (8 μον.)
- Δ. Να χαρακτηρίσετε με (Σ) Σωστό ή (Λ) Λάθος τις παρακάτω προτάσεις .
- i. Η εξίσωση $5x^2 - 3x - 5(x-2)^2 = 0$ είναι 2^{ου} βαθμού. Σ Λ
- ii. Αν $a > 5$ και $\beta > 6$ τότε $\frac{\alpha}{\beta} > \frac{5}{6}$. Σ Λ
- iii. Αν δύο πολύγωνα είναι όμοια τότε είναι και ίσα . Σ Λ
- iv. Η εξίσωση $\frac{x+3}{x-2} - \frac{x}{x+2} = \frac{5}{x-2}$ έχει λύση τον αριθμό -2. Σ Λ
- v. Αν $\Delta \geq 0$, τότε η εξίσωση $ax^2 + bx + \gamma = 0$, με $a \neq 0$ έχει τουλάχιστον μια λύση . Σ Λ
- (5x1=5 μον.)

Θέμα 2^ο :

- A. Να βρείτε δύο διαδοχικούς άρτιους ακέραιους, που το άθροισμα των τετραγώνων τους είναι 100. (9 μον.)
- B. Να λύσετε τις εξισώσεις :
- i. $4x^2 + 20x + 25 = 0$.
- ii. $\frac{\omega + 3}{\omega - 3} - \frac{1}{\omega} = \frac{1}{\omega^2 - 3\omega}$. (2x8=16 μον.)

Θέμα 3^ο :

A. Αν $2 < x < 7$ και $-3 < y < 5$ να βρείτε μεταξύ ποιων αριθμών βρίσκονται οι αριθμοί :

i. $x+y$

(6 μον.)

ii. $x-y$

(6 μον.)

B.i. Να λύσετε την ανίσωση : $1 - \frac{x-2}{6} < \frac{2x-1}{3}$

(7 μον.)

ii. Να βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισώσεων :

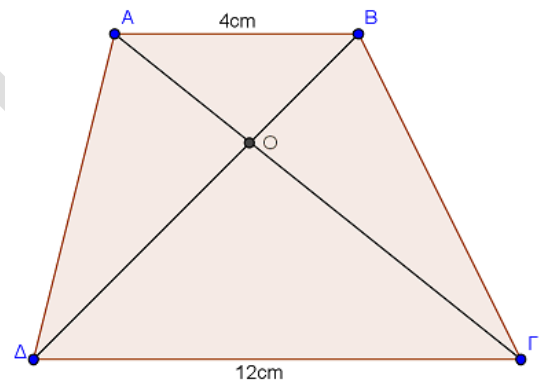
$5x - 1 > 4x - 2$

$2x + 5 > 5x + 1$

(6 μον.)

Θέμα 4^ο :

A. Στο διπλανό σχήμα το ΑΒΓΔ είναι τραπέζιο και το εμβαδόν του τριγώνου ΟΑΒ είναι 2cm^2 . Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου ΟΓΔ.



(25 μον.)

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ(Ενδεικτικές)

Θέμα 1^ο :

A. Για να λύσουμε μια εξίσωση $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$ με $\alpha \neq 0$,

αρχικά βρίσκουμε τη διακρίνουσα $\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma$.

• Αν $\Delta > 0$ τότε η εξίσωση έχει δύο άνισες λύσεις

$$\text{τις : } x_1 = \frac{-\beta + \sqrt{\Delta}}{2\alpha} \text{ και } x_2 = \frac{-\beta - \sqrt{\Delta}}{2\alpha} .$$

• Αν $\Delta = 0$ τότε η εξίσωση έχει μία διπλή λύση την $x = -\frac{\beta}{2\alpha}$.

• Αν $\Delta < 0$ τότε η εξίσωση είναι αδύνατη .

B. Ανισότητα : $\alpha^2 \geq 0$

Ανίσωση : $x + 5 > 3$

Η διαφορά της ανισότητας με την ανίσωση είναι ότι η ανισότητα

(π.χ $\alpha^2 \geq 0$) ισχύει για όλες τις τιμές των μεταβλητών της , ενώ

η ανίσωση (π.χ $x + 5 > 3$) αληθεύει για κάποιες τιμές των μεταβλητών της ($x > -2$) .

Γ. Δύο τρίγωνα λέγονται όμοια όταν έχουν δύο γωνίες τους ίσες μία προς μία .

Δ. i.Λ ii. Λ iii. Λ iv. Λ v.Σ

Θέμα 2^ο :

A. Έστω 2κ ο ένας άρτιος , τότε ο επόμενος του θα είναι $2\kappa + 2$.

$$\text{Άρα έχουμε : } (2\kappa)^2 + (2\kappa + 2)^2 = 100 \Leftrightarrow$$

$$4\kappa^2 + 4\kappa^2 + 8\kappa + 4 - 100 = 0 \Leftrightarrow$$

$$8\kappa^2 + 8\kappa - 96 = 0 \stackrel{(:8)}{\Leftrightarrow} \kappa^2 + \kappa - 12 = 0 \Leftrightarrow$$

$$(\kappa - 3)(\kappa + 4) = 0 \Leftrightarrow \kappa - 3 = 0 \text{ ή } \kappa + 4 = 0 \text{ δηλαδή}$$

$$\kappa = 3 \text{ ή } \kappa = -4$$

• Για $\kappa = 3$, οι άρτιοι είναι $2 \cdot 3 = 6$ και $2 \cdot 3 + 2 = 8$.

• Για $\kappa = -4$, οι άρτιοι είναι $2 \cdot (-4) = -8$, και $2 \cdot (-4) + 2 = -6$.

$$\text{B.i. } 4x^2 + 20x + 25 = 0 \Leftrightarrow (2x + 5)^2 = 0 \Leftrightarrow$$

$$2x + 5 = 0 \Leftrightarrow 2x = -5 \Leftrightarrow \frac{2x}{2} = -\frac{5}{2} \Leftrightarrow x = -\frac{5}{2} \text{ (διπλή)}$$

$$\text{ii. } \frac{\omega + 3}{\omega - 3} - \frac{1}{\omega} = \frac{1}{\omega^2 - 3\omega} \Leftrightarrow \frac{\omega + 3}{\omega - 3} - \frac{1}{\omega} = \frac{1}{\omega(\omega - 3)} \quad \begin{matrix} \text{E.K.}\Pi = \omega(\omega - 3) \\ \Leftrightarrow \\ \omega \neq 0 \text{ και } \omega \neq 3 \end{matrix}$$

$$\omega(\omega - 3) \frac{(\omega + 3)}{(\omega - 3)} - \omega(\omega - 3) \frac{1}{\omega} = \omega(\omega - 3) \frac{1}{\omega(\omega - 3)} \Leftrightarrow$$

$$\omega(\omega + 3) - (\omega - 3) = 1 \Leftrightarrow \omega^2 + 3\omega - \omega + 3 - 1 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\omega^2 + 2\omega + 2 = 0$$

$$\alpha = 1, \beta = 2, \gamma = 2$$

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = 4 - 8 = -4 < 0$$

Άρα η εξίσωση είναι αδύνατη.

Θέμα 3^ο :

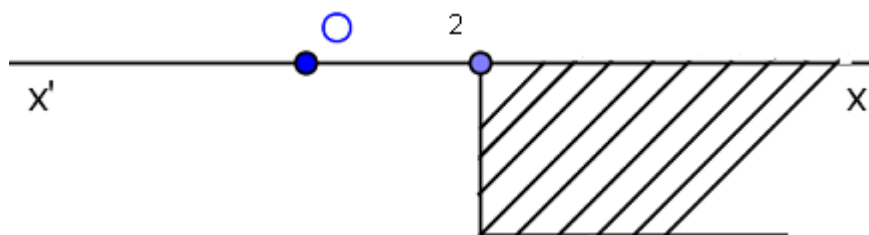
$$\text{A. i. } \begin{matrix} 2 < x < 7 \\ -3 < y < 5 \end{matrix} \stackrel{(+)}{\Leftrightarrow} 2 - 3 < x + y < 7 + 5 \Leftrightarrow -1 < x + y < 12$$

$$\text{ii. } \begin{matrix} 2 < x < 7 \\ -3 < y < 5 \end{matrix} \stackrel{(+)}{\Leftrightarrow} \begin{matrix} 2 < x < 7 \\ 3 > -y > -5 \end{matrix} \Leftrightarrow \begin{matrix} 2 < x < 7 \\ -5 < -y < 3 \end{matrix} \stackrel{(+)}{\Leftrightarrow} -3 < x - y < 10$$

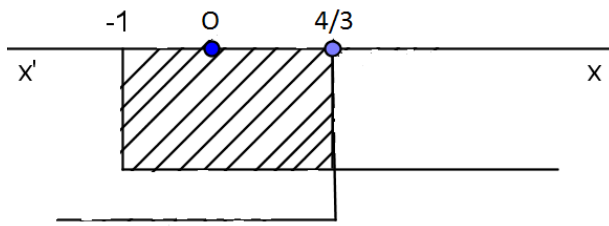
$$\text{B. i. } 1 - \frac{x - 2}{6} < \frac{2x - 1}{3} \Leftrightarrow 6 \cdot 1 - 6 \frac{(x - 2)}{6} < 6 \frac{(2x - 1)}{3} \Leftrightarrow$$

$$6 - (x - 2) < 2(2x - 1) \Leftrightarrow 6 - x + 2 < 4x - 2 \Leftrightarrow$$

$$-x - 4x < -2 - 2 - 6 \Leftrightarrow -5x < -10 \Leftrightarrow \frac{-5x}{-5} > \frac{-10}{-5} \Leftrightarrow x > 2$$



$$\begin{aligned}
 \text{ii. } 5x - 1 > 4x - 2 &\Leftrightarrow \text{ και } 2x + 5 > 5x + 1 \Leftrightarrow \\
 5x - 4x > -2 + 1 &\Leftrightarrow 2x - 5x > 1 - 5 \Leftrightarrow \\
 x > -1 & \quad \quad \quad -3x > -4 \Leftrightarrow \\
 & \quad \quad \quad \frac{-3x}{-3} < \frac{-4}{-3} \Leftrightarrow \\
 & \quad \quad \quad x < \frac{4}{3}
 \end{aligned}$$



$$\text{Άρα } -1 < x < \frac{4}{3}$$

Θέμα 4^ο :

Τα τρίγωνα ΑΟΒ, ΔΟΓ έχουν :

$$\hat{O}_1 = \hat{O}_2 \text{ (ως κατακορυφήν)}$$

$$\hat{A}_1 = \hat{\Gamma}_1 \text{ (ως εντός κι εναλλάξ των } AB//\Gamma\Delta \text{ που τέμνονται από την ΑΓ)}$$

Άρα τα τρίγωνα είναι όμοια με λόγο ομοιότητας

$$\lambda = \frac{4}{12} = \frac{1}{3} \text{ .Οπότε } \frac{AOB}{(\Gamma O \Delta)} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 \Leftrightarrow$$

$$\frac{2}{(\Gamma O \Delta)} = \frac{1}{9} \Leftrightarrow (\Gamma O \Delta) = 18\text{cm}^2$$

