

ΤΕΣΤ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

50

Γ' Γυμνασίου

01-02-13

Όν/μο:.....

Ύλη: Εξισώσεις δευτέρου βαθμού

Θέμα 1^ο :

A. Τι ονομάζουμε εξίσωση δευτέρου βαθμού ;

Να λύσετε αυτή την εξίσωση .

(2x10=20 μον.)

B. Πως παραγοντοποιείται ένα τριώνυμο της μορφής

$ax^2 + bx + \gamma$, $a \neq 0$ αν ρ_1, ρ_2 είναι οι λύσεις της

εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$;

(10 μον.)

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ) Σωστό ή (Λ) Λάθος :

i. Ο αριθμός 2 είναι λύση της εξίσωσης $x^2 - 3x + 1 = 0$.

Σ Λ

ii. Η εξίσωση $x^2 = 1$ έχει μοναδική λύση την $x=1$.

Σ Λ

iii. Η εξίσωση $\lambda - 1 x^2 + \lambda x - 2 = 0$ είναι 2^{ου} βαθμού

όταν $\lambda \neq 1$.

Σ Λ

iv. Η εξίσωση $ax^2 + bx + \gamma = 0$ με $a \neq 0$ όταν $\Delta \geq 0$

έχει τουλάχιστον μία λύση .

Σ Λ

(4x5=20 μον.)

Θέμα 2^ο :

A. Να λύσετε τις παρακάτω εξισώσεις :

i. $3x^2 = 2x$

ii. $x^2 + 5x + 6 = 0$

iii. $9x^2 - 12x + 4 = 0$

iv. $\frac{x^2}{2} - \frac{x-1}{3} = x-1$

(4x10=40 μον.)

B. Να παραγοντοποιήσετε τα τριώνυμα :

i. $x^2 + x - 6$

ii. $5x^2 + x - 4$

(2x5=10 μον.)

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

Θέμα 1^ο :

A. Εξίσωση δευτέρου βαθμού ονομάζουμε κάθε εξίσωση της μορφής $ax^2 + bx + \gamma = 0$ με $a \neq 0$.

Για την επίλυση της $ax^2 + bx + \gamma = 0$, $a \neq 0$ έχουμε :

$$ax^2 + bx + \gamma = 0 \Leftrightarrow 4a^2 x^2 + 4abx + 4a\gamma = 0 \Leftrightarrow$$

$$2ax^2 + 2 \cdot 2ax \cdot \beta + \beta^2 - \beta^2 + 4a\gamma = 0 \Leftrightarrow 2ax + \beta^2 = \beta^2 - 4a\gamma .$$

Ονομάζουμε Δ (διακρίνουσα) την ποσότητα $\beta^2 - 4a\gamma$.

Έτσι έχουμε $2ax + \beta^2 = \Delta$

- Αν $\Delta > 0$ τότε η εξίσωση έχει δύο άνισες λύσεις οι οποίες προκύπτουν :

$$2ax + \beta^2 = \Delta \Leftrightarrow 2ax + \beta = \pm \sqrt{\Delta} \text{ άρα}$$

$$2ax + \beta = \sqrt{\Delta} \Leftrightarrow \quad \text{ή} \quad 2ax + \beta = -\sqrt{\Delta} \Leftrightarrow$$

$$2ax = -\beta + \sqrt{\Delta} \Leftrightarrow \quad 2ax = -\beta - \sqrt{\Delta} \Leftrightarrow$$

$$x = \frac{-\beta + \sqrt{\Delta}}{2a} \quad x = \frac{-\beta - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

- Αν $\Delta = 0$ τότε η εξίσωση έχει μία διπλή λύση :

$$(2ax + \beta)^2 = 0 \Leftrightarrow 2ax + \beta = 0 \Leftrightarrow 2ax = -\beta \Leftrightarrow x = -\frac{\beta}{2a}$$

- Αν $\Delta < 0$ τότε η εξίσωση είναι αδύνατη .

B. Αν ρ_1, ρ_2 είναι οι λύσεις της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$ με $a \neq 0$, τότε το τριώνυμο $ax^2 + bx + \gamma$ παραγοντοποιείται σύμφωνα με τον τύπο $ax^2 + bx + \gamma = a(x - \rho_1)(x - \rho_2)$.

Γ. i. Λ ii. Λ iii. Σ iv. Σ

Θέμα 2^ο :

i. $3x^2 = 2x \Leftrightarrow 3x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow x(3x - 2) = 0$ οπότε :

$$x = 0 \text{ ή } 3x - 2 = 0 \Leftrightarrow 3x = 2 \Leftrightarrow x = \frac{2}{3} .$$

ii. $x^2 + 5x + 6 = 0 \Leftrightarrow (x + 2)(x + 3) = 0$ οπότε :

$$x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = -2 \text{ ή } x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = -3 .$$

iii. $9x^2 - 12x + 4 = 0 \Leftrightarrow (3x - 2)^2 = 0 \Leftrightarrow 3x - 2 = 0 \Leftrightarrow$

$$3x = 2 \Leftrightarrow x = \frac{2}{3} \text{ διπλή λύση .}$$

iv. $\frac{x^2}{2} - \frac{x-1}{3} = x-1 \stackrel{\text{Ε.Κ.Π}(2,3)=6}{\Leftrightarrow} 6 \cdot \frac{x^2}{2} - 6 \cdot \frac{x-1}{3} = 6x - 6 \cdot 1 \Leftrightarrow$

$$3x^2 - 2(x-1) = 6x - 6 \Leftrightarrow 3x^2 - 2x + 2 = 6x - 6 \Leftrightarrow$$

$$3x^2 - 2x - 6x + 2 + 6 = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 8x + 8 = 0$$

Είναι $\alpha=3$, $\beta=-8$, $\gamma=8$ και

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = (-8)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 8 = 64 - 96 = -32 < 0$$

Εφόσον $\Delta = -32 < 0$ έπεται ότι η εξίσωση είναι αδύνατη .

B. i. $x^2 + x - 6 = (x - 2)(x + 3)$.

ii. Για το τριώνυμο $5x^2 + x - 4$ έχουμε :

$$\alpha=5, \beta=1, \gamma=-4 \text{ και } \Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = 1^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-4) = 1 + 80 = 81 > 0$$

Άρα το τριώνυμο έχει δύο άνισες ρίζες τις :

$$x_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \frac{-1 \pm \sqrt{81}}{2 \cdot 5} = \frac{-1 \pm 9}{10} \left\{ \begin{array}{l} x_1 = \frac{-1+9}{10} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5} \\ x_2 = \frac{-1-9}{10} = \frac{-10}{10} = -1 \end{array} \right.$$

Επομένως το τριώνυμο παραγοντοποιείται ως εξής :

$$5x^2 + x - 4 = 5 \left(x - \frac{4}{5} \right) (x + 1) .$$