

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

49

Όν/μο:.....

Β' Γυμνασίου

**Ύλη: Εξισώσεις-Ανισώσεις, Πραγματικοί αριθμοί,
Συναρτήσεις**

02-03-15

Θέμα 1^ο:

- A.** Τι ονομάζουμε ανίσωση α' βαθμού; (5 μον.)
- B.** Ποια ποσά ονομάζονται αντιστρόφως ανάλογα; Ποια είναι η σχέση που συνδέει δυο αντιστρόφως ανάλογα ποσά και πως παριστάνεται γραφικά αυτή η σχέση; (10 μον.)
- Γ.** Να χαρακτηρίσετε με (Σ) Σωστό ή (Λ) Λάθος τις παρακάτω προτάσεις :
- i.** Η εξίσωση $5x + 2 = 7$ έχει λύση τον αριθμό 0. Σ Λ
- ii.** Ισχύει ότι $\sqrt{1 + 8\sqrt{5} + 2\sqrt{4}} = 5$. Σ Λ
- iii.** Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = -3x$ περνάει από το 2^ο και 4^ο τεταρτημόριο . Σ Λ
- iv.** Οι ευθείες $y = 2x + 5$ και $y = 3x + 5$ είναι παράλληλες. Σ Λ
- v.** Η ανίσωση $0x > 7$ είναι αδύνατη. Σ Λ
- (5x2=10μον.)**

Θέμα 2^ο:

- A.** Να λύσετε την εξίσωση: $\frac{-y + 8}{5} = \frac{-2y + 16}{10}$. (10 μον.)
- B.** Να λύσετε την ανίσωση: $-1 \leq \frac{x + 2}{4} - \frac{2x - 1}{6} < 2$. (10 μον.)
- Γ.** Να βρείτε τον θετικό αριθμό που το διπλάσιο του τετραγώνου του, αν το ελαττώσουμε κατά 5 μας δίνει 27. (5 μον.)

Θέμα 3^ο:

A. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα τιμών της συνάρτησης:

$$y = x^2 + 1.$$

x	-4	-2	1	
y				10

(8 μον.)

B. Να βρείτε την απόσταση των σημείων A(-1,4) και B(2,3).

(9 μον.)

Γ. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης:

$$y = \frac{6}{x}.$$

(8 μον.)

Θέμα 4^ο:

Δίνεται ο παρακάτω πίνακας ανάλογων ποσών.

x	1	2	4		
y		4		12	20

A. Να βρείτε το συντελεστή αναλογίας τους.

(5 μον.)

B. Να γράψετε τη σχέση που συνδέει τα δύο ποσά.

(4 μον.)

Γ. Να συμπληρώσετε τον παραπάνω πίνακα.

(8 μον.)

Δ. Να κάνετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης αυτής.

(8 μον.)

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

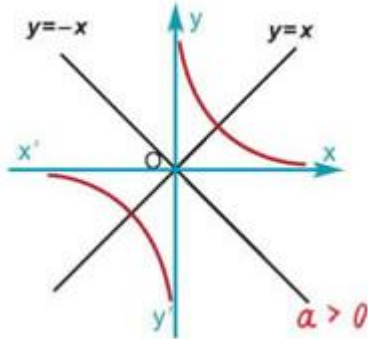
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ(Ενδεικτικές)

Θέμα 1^ο:

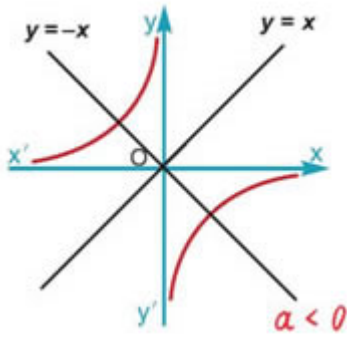
- A.** Ανίσωση α' βαθμού ονομάζουμε μία ανισότητα που περιέχει έναν άγνωστο x.
- B.** Αντιστρόφως ανάλογα ονομάζονται τα ποσά που η μεταβολή τους είναι τέτοια, ώστε όταν η τιμή του ενός ποσού πολλαπλασιάζεται με έναν αριθμό, η τιμή του άλλου ποσού διαιρείται με τον ίδιο αριθμό. Η σχέση που συνδέει δύο αντιστρόφως ανάλογα ποσά είναι $y = \frac{\alpha}{x}$ ή $\alpha = y \cdot x$.

Η γραφική τους παράσταση είναι μία καμπύλη που λέγεται υπερβολή και αποτελείται από δύο κλάδους που βρίσκονται:

-Στο 1^ο και 3^ο τεταρτημόριο των αξόνων, αν $\alpha > 0$.



-Στο 2^ο και 4^ο τεταρτημόριο των αξόνων, αν $\alpha < 0$.



- Γ. i. Λ ii. Σ iii. Σ iv. Λ v. Σ**

Θέμα 2^ο:

A. $\frac{-y+8}{5} = \frac{-2y+16}{10} \stackrel{\text{Ε.Κ.Π.}(5,10)=10}{\Leftrightarrow}$

$$10 \cdot \frac{(-y+8)}{5} = 10 \cdot \frac{(-2y+16)}{10} \Leftrightarrow$$

$$2(-y+8) = -2y+16 \Leftrightarrow$$

$$-2y+16 = -2y+16 \Leftrightarrow$$

$$-2y+2y = 16-16 \Leftrightarrow$$

$$0y = 0 \text{ ταυτότητα / αόριστη}$$

B. $-1 \leq \frac{x+2}{4} - \frac{2x-1}{6} < 2 \Leftrightarrow$

$$-1 \leq \frac{x+2}{4} - \frac{2x-1}{6} \stackrel{\text{Ε.Κ.Π.}(4,6)=12}{\Leftrightarrow} \quad \text{και} \quad \frac{x+2}{4} - \frac{2x-1}{6} < 2 \stackrel{\text{Ε.Κ.Π.}(4,6)=12}{\Leftrightarrow}$$

$$-12 \leq 12 \cdot \frac{x+2}{4} - 12 \cdot \frac{2x-1}{6} \Leftrightarrow \quad \text{και} \quad 12 \cdot \frac{x+2}{4} - 12 \cdot \frac{2x-1}{6} < 24 \Leftrightarrow$$

$$-12 \leq 3(x+2) - 2(2x-1) \Leftrightarrow \quad \text{και} \quad 3(x+2) - 2(2x-1) < 24 \Leftrightarrow$$

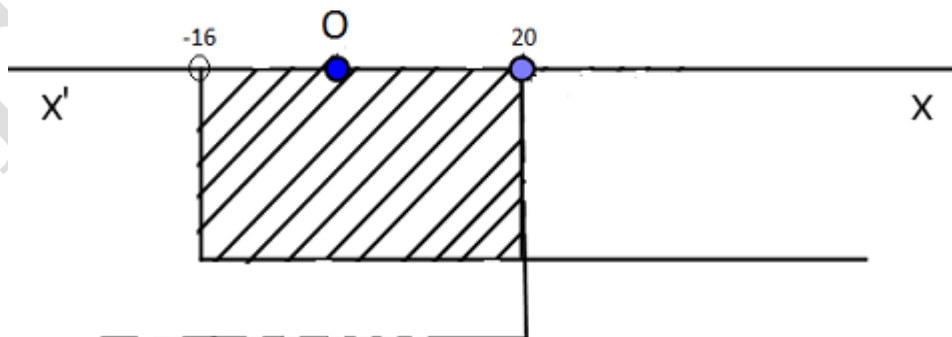
$$-12 \leq 3x+6-4x+2 \Leftrightarrow \quad \text{και} \quad 3x+6-4x+2 < 24 \Leftrightarrow$$

$$-3x+4x \leq 6+2+12 \Leftrightarrow \quad \text{και} \quad 3x-4x < 24-6-2 \Leftrightarrow$$

$$x \leq 20 \quad \text{και} \quad -x < 16 \Leftrightarrow$$

$$\frac{-x}{-1} > \frac{16}{-1} \Leftrightarrow$$

$$x > -16$$



Άρα $-16 < x \leq 20$.

Γ. Έστω x ο ζητούμενος αριθμός. Τότε:

$$2x^2 - 5 = 27 \Leftrightarrow$$

$$2x^2 = 27 + 5 \Leftrightarrow$$

$$2x^2 = 32 \Leftrightarrow$$

$$\frac{2x^2}{2} = \frac{32}{2} \Leftrightarrow$$

$$x^2 = 16 \Leftrightarrow$$

$$x = \sqrt{16} \Leftrightarrow$$

$$x = 4$$

Θέμα 3^ο:

Α. Έχουμε τη συνάρτηση: $y = x^2 + 1$.

- Για $x=-4$ είναι: $y = (-4)^2 + 1 = 16 + 1 = 17$.

- Για $x=-2$ είναι: $y = (-2)^2 + 1 = 4 + 1 = 5$.

- Για $x=1$ είναι: $y = 1^2 + 1 = 1 + 1 = 2$.

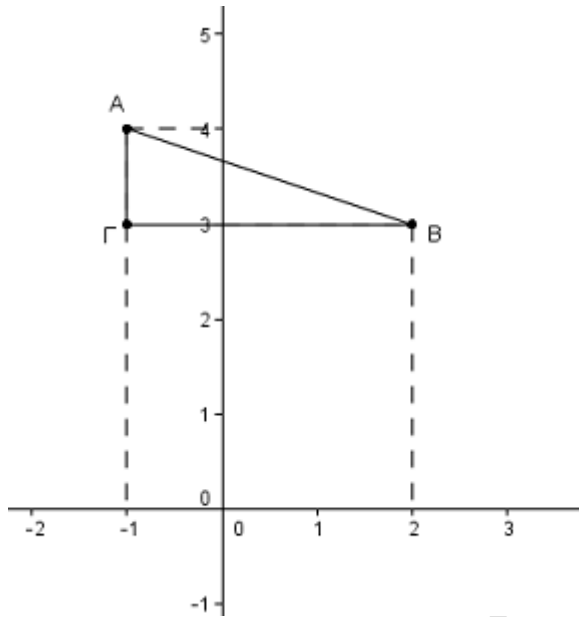
- Για $y=10$ είναι:

$$10 = x^2 + 1 \Leftrightarrow x^2 = 10 - 1 \Leftrightarrow x^2 = 9 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{9} \Leftrightarrow x = \pm 3.$$

Οπότε ο πίνακας συμπληρώνεται ως εξής:

x	-4	-2	1	3	-3
y	17	5	2	10	

Β. Για να βρούμε την απόσταση των σημείων $A(-1,4)$ και $B(2,3)$, τοποθετούμε τα σημεία σε ένα ορθοκανονικό σύστημα αξόνων.



Από Π.Θ. στο τρίγωνο $ΑΒΓ$ έχουμε:

$$AB^2 = BΓ^2 + ΑΓ^2 \Leftrightarrow$$

$$AB^2 = 3^2 + 1^2 \Leftrightarrow$$

$$AB^2 = 9 + 1 \Leftrightarrow$$

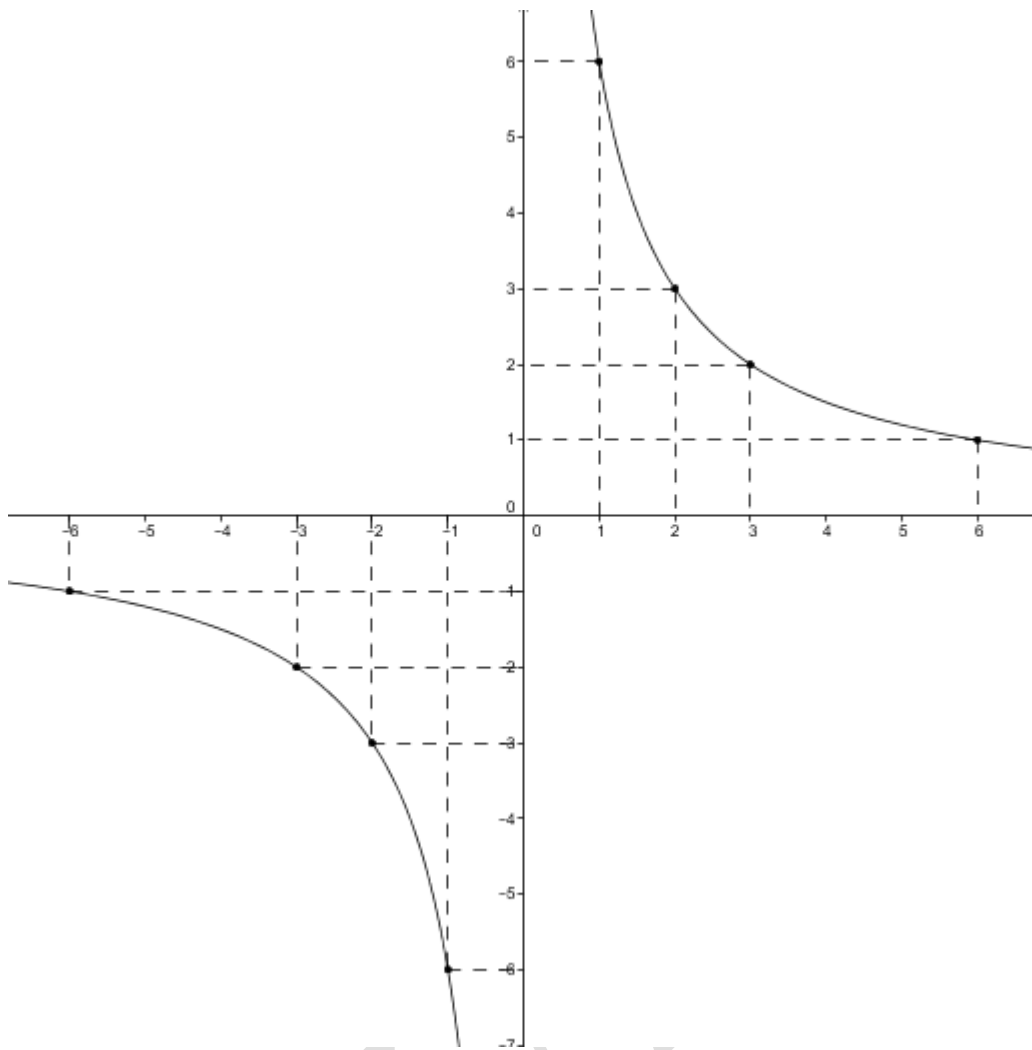
$$AB^2 = 10 \Leftrightarrow$$

$$AB = \sqrt{10}$$

Γ. Για τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = \frac{6}{x}$ κατασκευάζουμε πρώτα πίνακα τιμών.

x	-6	-3	-2	-1	1	2	3	6
y	-1	-2	-3	-6	6	3	2	1

Στη συνέχεια τοποθετούμε τα σημεία του πίνακα τιμών σε ορθοκανονικό σύστημα αξόνων και τα ενώνουμε.



Θέμα 4^ο:

A. Εφόσον τα ποσά είναι ανάλογα, ο συντελεστής αναλογίας τους είναι:

$$\alpha = \frac{y}{x} = \frac{4}{2} = 2.$$

B. Η σχέση που συνδέει τα ποσά x και y είναι $y=2x$.

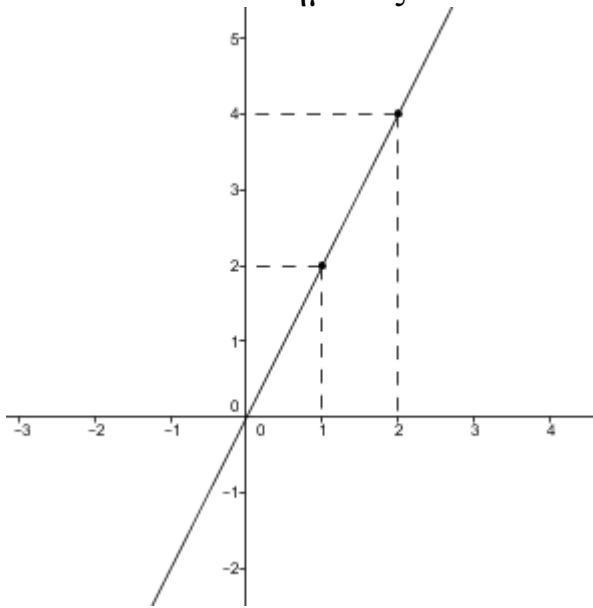
Γ. Για τον πίνακα έχουμε:

- Για $x=1$ είναι: $y = 2 \cdot 1 = 2$.
- Για $x=4$ είναι: $y = 2 \cdot 4 = 8$.
- Για $y=12$ είναι: $12 = 2 \cdot x \Leftrightarrow x = 12 : 2 \Leftrightarrow x = 6$.
- Για $y=20$ είναι: $20 = 2 \cdot x \Leftrightarrow x = 20 : 2 \Leftrightarrow x = 10$.

Οπότε ο πίνακας συμπληρώνεται ως εξής:

x	1	2	4	6	10
y	2	4	8	12	20

Δ. Για τη γραφική παράσταση τοποθετούμε τα σημεία του πίνακα σε ορθοκανονικό σύστημα αξόνων και τα ενώνουμε:



ΕΥΚΛΕΙΔΗΣ