

**ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**

42

Όν/μο:.....

Β' Γυμνασίου

Ύλη: Εξισώσεις-Ανισώσεις-

13 -01-14

Πραγματικοί αριθμοί, Εμβαδά επιπέδων

σχημάτων –Πυθαγόρειο Θεώρημα ,Τριγωνομετρία

**Θέμα 1<sup>ο</sup>:**

- A.** Τι ονομάζουμε τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού  $\alpha$ ; (6 μον.)
- B.** Να διατυπώσετε το Πυθαγόρειο Θεώρημα . (7 μον.)
- Γ.** Τι ονομάζουμε εφαπτομένη μίας οξείας γωνίας ενός ορθογωνίου τριγώνου ; (7 μον.)
- Δ.** Να χαρακτηρίσετε με (Σ) Σωστό ή (Λ) Λάθος τις παρακάτω προτάσεις :
- i. Αν  $\alpha < \beta$  τότε  $\alpha \cdot \gamma < \beta \cdot \gamma$ . Σ Λ
- ii.  $\sqrt{2 \cdot 11 + \sqrt{9}} = 5$  . Σ Λ
- iii.  $\sqrt{\alpha^2} = \alpha$  . Σ Λ
- iv. Το εμβαδόν ενός τριγώνου είναι  $E = \frac{\beta \cdot \upsilon}{2}$ . Σ Λ
- v.  $\epsilon\phi 30^\circ = \sqrt{3}$ . Σ Λ
- (5x1=5μον.)

**Θέμα 2<sup>ο</sup>:**

- A.** Να λύσετε τις εξισώσεις :
- i.  $-3(x + 2) + 5(x - 1) + 12 = 4(x + 1) - 2$
- ii.  $\frac{3(x - 2)}{2} + 8 = \frac{4(x + 1)}{3} - 12$  (2x10=20 μον.)
- B.** Σε μια φάρμα υπάρχουν κότες και άλογα .Αν οι κότες και τα άλογα μαζί είναι 82 και έχουν συνολικά 200 πόδια , τότε να βρείτε πόσες είναι οι κότες και πόσα τα άλογα . (5 μον.)

**Θέμα 3<sup>ο</sup>:**

**A.** Να λύσετε τις ανισώσεις και να παραστήσετε γραφικά τις λύσεις τους πάνω στην ευθεία των ρητών αριθμών .

i.  $5(x - 2) - 3(x + 4) \leq 3x + 2(x - 1)$

ii.  $\frac{2x + 9}{6} + \frac{4}{3} > \frac{3x - 2}{2}$

(2x5=10 μον.)

**B.** Να υπολογίσετε τις παρακάτω τετραγωνικές ρίζες :

i.  $\sqrt{169}$

ii.  $\sqrt{\frac{64}{81}}$

iii.  $\sqrt{220^2}$

iv.  $\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{4}}}}$

v.  $\sqrt{13 - \sqrt{21 - \sqrt{29 - \sqrt{16}}}}$

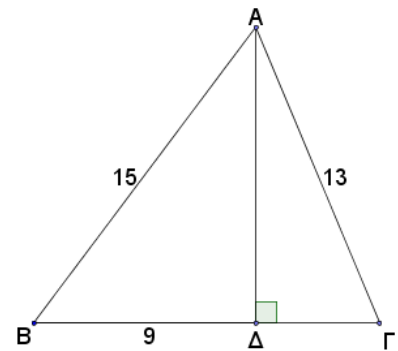
(5x3=15 μον.)

**Θέμα 4<sup>ο</sup>:**

**A.** Στο διπλανό σχήμα έχουμε :  
 AB=15 , AG=13 , BΔ=9.

i. Να υπολογίσετε το εμβαδό του τριγώνου ABΓ .

ii. Να εξετάσετε αν το τρίγωνο ABΓ είναι ορθογώνιο .



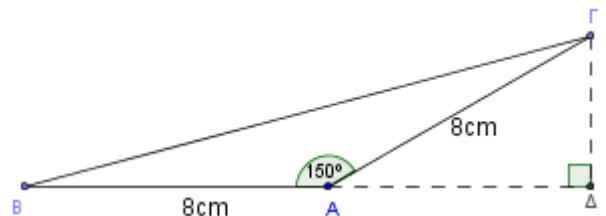
(2x6,5=13 μον.)

**B.** Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο ABΓ είναι ισοσκελές με AB=AG=8cm

και  $\hat{A} = 150^\circ$ . Να υπολογίσετε :

i. Το εμβαδόν του  $\triangle AB\Gamma$  .

ii. Την περίμετρο του  $\triangle A\Gamma\Delta$  .



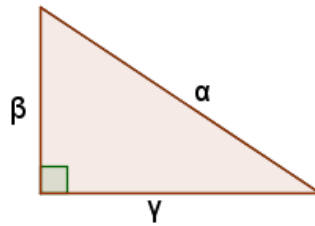
(2x6=12 μον.)

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**

**ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ(Ενδεικτικές)**

**Θέμα 1<sup>ο</sup>:**

- A.** Τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού  $a$  , λέγεται ο θετικός αριθμός , ο οποίος όταν υψωθεί στο τετράγωνο , δίνει τον αριθμό  $a$ . Η τετραγωνική ρίζα του  $a$  συμβολίζεται με  $\sqrt{a}$  .
- B.** Σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο το άθροισμα των τετραγώνων των δύο κάθετων πλευρών είναι ίσο με το τετράγωνο της υποτεινούςας. Είναι  $\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2$  .



- Γ.** Ο λόγος που σχηματίζεται , αν διαιρέσουμε την απέναντι κάθετη πλευρά με την προσκείμενη κάθετη πλευρά μιας οξείας γωνίας  $\omega$  ενός ορθογωνίου τριγώνου , είναι πάντοτε σταθερός και λέγεται εφαπτομένη της γωνίας  $\omega$  .

- Δ. i. Λ ii. Σ iii. Λ iv. Σ v. Λ**

**Θέμα 2<sup>ο</sup>:**

**i.**  $-3(x+2)+5(x-1)+12=4(x+1)-2 \Leftrightarrow$   
 $-3x-6+5x-5+12=4x+4-2 \Leftrightarrow$   
 $-3x+5x-4x=4-2-12+5+6 \Leftrightarrow$   
 $-2x=1 \Leftrightarrow$   
 $\frac{-2x}{-2}=\frac{1}{-2} \Leftrightarrow$   
 $x=-\frac{1}{2}$

**ii.**  $\frac{3(x-2)}{2}+8=\frac{4(x+1)}{3}-12 \Leftrightarrow$   
 $\frac{3x-6}{2}+8=\frac{4x+4}{3}-12 \Leftrightarrow$  E.K.Π(2,3)=6

$$6 \cdot \frac{3x - 6}{2} + 6 \cdot 8 = 6 \cdot \frac{4x + 4}{3} - 6 \cdot 12 \Leftrightarrow$$

$$3 \cdot 3x - 6 + 48 = 2 \cdot 4x + 4 - 72 \Leftrightarrow$$

$$9x - 18 + 48 = 8x + 8 - 72 \Leftrightarrow$$

$$9x - 8x = 8 - 72 + 18 - 48 \Leftrightarrow$$

$$x = -94$$

**Β.** Έστω  $x$  τα άλογα που υπάρχουν στη φάρμα. Εφόσον οι κότες και τα άλογα είναι μαζί 82 τότε οι κότες θα είναι  $82 - x$ . Επίσης, οι κότες και τα άλογα μαζί έχουν 200 πόδια άρα έχουμε :

$$4x + 2(82 - x) = 200 \Leftrightarrow$$

$$4x + 164 - 2x = 200 \Leftrightarrow$$

$$4x - 2x = 200 - 164 \Leftrightarrow$$

$$2x = 36 \Leftrightarrow$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{36}{2} \Leftrightarrow$$

$$x = 18$$

Άρα τα άλογα στη φάρμα είναι 18 και οι κότες είναι  $82 - 18 = 64$ .

### Θέμα 3<sup>ο</sup>:

**A. i.**  $5(x - 2) - 3(x + 4) \leq 3x + 2(x - 1) \Leftrightarrow$

$$5x - 10 - 3x - 12 \leq 3x + 2x - 2 \Leftrightarrow$$

$$5x - 3x - 3x - 2x \leq -2 + 12 + 10 \Leftrightarrow$$

$$-3x \leq 20 \Leftrightarrow$$

$$\frac{-3x}{-3} \geq \frac{20}{-3} \Leftrightarrow$$

$$x \geq -\frac{20}{3}$$



ii.  $\frac{2x+9}{6} + \frac{4}{3} > \frac{3x-2}{2} \quad \text{Ε.Κ.Π}(2,3,6)=6 \Leftrightarrow$

$$6 \cdot \frac{2x+9}{6} + 6 \cdot \frac{4}{3} > 6 \cdot \frac{3x-2}{2} \Leftrightarrow$$

$$2x+9+2 \cdot 4 > 3 \cdot (3x-2) \Leftrightarrow$$

$$2x+9+8 > 9x-6 \Leftrightarrow$$

$$2x-9x > -6-9-8 \Leftrightarrow$$

$$-7x > -23 \Leftrightarrow$$

$$\frac{-7x}{-7} < \frac{-23}{-7} \Leftrightarrow$$

$$x < \frac{23}{7}$$



B. i.  $\sqrt{169} = 13$

ii.  $\sqrt{\frac{64}{81}} = \frac{\sqrt{64}}{\sqrt{81}} = \frac{8}{9}$

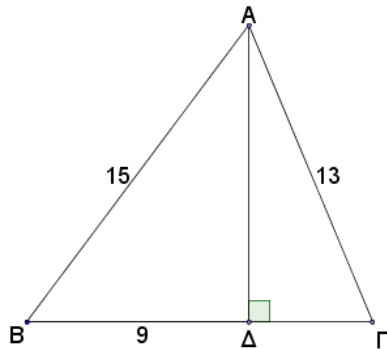
iii.  $\sqrt{220^2} = 220$

iv.  $\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{4}}}} = \sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2 \cdot 2}}} = \sqrt{2\sqrt{2\sqrt{4}}} =$   
 $= \sqrt{2\sqrt{2 \cdot 2}} = \sqrt{2\sqrt{4}} = \sqrt{2 \cdot 2} = \sqrt{4} = 2$

v.  $\sqrt{13 - \sqrt{21 - \sqrt{29 - \sqrt{16}}}} = \sqrt{13 - \sqrt{21 - \sqrt{29 - 4}}} =$   
 $= \sqrt{13 - \sqrt{21 - \sqrt{25}}} = \sqrt{13 - \sqrt{21 - 5}} = \sqrt{13 - \sqrt{16}} =$   
 $= \sqrt{13 - 4} = \sqrt{9} = 3$

**Θέμα 4<sup>ο</sup>:**

**A.**



i. Για το εμβαδόν του τριγώνου ABΓ είναι  $E = \frac{\beta \cdot \upsilon}{2} = \frac{B\Gamma \cdot A\Delta}{2}$  (1)

Θα υπολογίσουμε την AΔ και τη BΓ .

Στο  $\triangle A\Delta B$  ( $\hat{\Delta} = 90^\circ$ ) από Π.Θ. έχουμε :

$$AB^2 = A\Delta^2 + B\Delta^2 \Leftrightarrow 15^2 = A\Delta^2 + 9^2 \Leftrightarrow 225 = A\Delta^2 + 81 \Leftrightarrow$$

$$A\Delta^2 = 225 - 81 \Leftrightarrow A\Delta^2 = 144 \Leftrightarrow \boxed{A\Delta = 12}$$

Στο  $\triangle A\Delta \Gamma$  ( $\hat{\Delta} = 90^\circ$ ) από Π.Θ. έχουμε :

$$A\Gamma^2 = A\Delta^2 + \Delta\Gamma^2 \Leftrightarrow 13^2 = 12^2 + \Delta\Gamma^2 \Leftrightarrow 169 = 144 + \Delta\Gamma^2 \Leftrightarrow$$

$$\Delta\Gamma^2 = 169 - 144 \Leftrightarrow \Delta\Gamma^2 = 25 \Leftrightarrow \boxed{\Delta\Gamma = 5}$$

Τότε  $B\Gamma = B\Delta + \Gamma\Delta = 9 + 5 = 14$

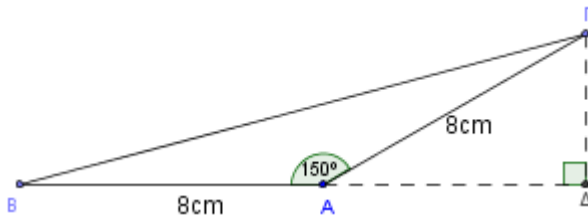
$$\text{Άρα η (1)} \Rightarrow E = \frac{14 \cdot 12}{2} = \frac{168}{2} = 84 \text{ τ.μ}$$

ii. Είναι :  $AB^2 = 15^2 = 225$

$$A\Gamma^2 + B\Gamma^2 = 13^2 + 14^2 = 169 + 196 = 365.$$

Εφόσον ,  $AB^2 \neq A\Gamma^2 + B\Gamma^2$  από το αντίστροφο του Π.Θ το τρίγωνο ABΓ δεν είναι ορθογώνιο .

B.



i. Για το εμβαδόν του τριγώνου ABΓ είναι

$$E = \frac{\beta \cdot \upsilon}{2} = \frac{AB \cdot \Gamma\Delta}{2} = \frac{8 \cdot \Gamma\Delta}{2} \quad (1)$$

Θα υπολογίσουμε την πλευρά ΓΔ.

Στο  $\triangle A\Delta\Gamma$  ( $\hat{\Delta} = 90^\circ$ ) είναι  $\hat{A} = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$

(ως παραπληρωματική της  $\hat{B\hat{A}\Gamma}$ ). Οπότε:  $\eta\mu 30^\circ = \frac{\Gamma\Delta}{A\Gamma} \Leftrightarrow$

$$\frac{1}{2} = \frac{\Gamma\Delta}{8} \Leftrightarrow 2\Gamma\Delta = 8 \Leftrightarrow \frac{2\Gamma\Delta}{2} = \frac{8}{2} \Leftrightarrow \boxed{\Gamma\Delta = 4\text{cm}}$$

$$\text{Τότε η (1)} \Rightarrow E = \frac{8 \cdot 4}{2} = \frac{32}{2} = 16\text{cm}^2.$$

ii. Για την περίμετρο του  $\triangle A\Gamma\Delta$  έχουμε:  $\Pi = A\Gamma + \Gamma\Delta + A\Delta = 8 + 4 + A\Delta = 12 + A\Delta$  (2). Θα υπολογίσουμε την AΔ.

$$\text{Έχουμε: } \sigma\upsilon\nu 30^\circ = \frac{A\Delta}{8} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{A\Delta}{8} \Leftrightarrow 2A\Delta = 8\sqrt{3} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{2A\Delta}{2} = \frac{8\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \boxed{A\Delta = 4\sqrt{3}\text{ cm}}$$

$$\text{οπότε η (2)} \Rightarrow \Pi = 12 + 4\sqrt{3}\text{ cm}.$$

ΕΥΚΛΕΙΔΗΣ