ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Ον/μο:……………….. **Γ΄ Γυμνασίου**

Ύλη: Κεφάλαιο 1^{ο}:Αλγεβρικές παραστάσεις(§1.1-1.5) **Γεν. Παιδείας**

6-11-11

<u>Θέμα 1^{ο}:</u>

Να συμπληρώσετε τα κενά:

α. Αν οι α, β είναι διαδοχικοί άρτιοι με τη σειρά που δίνονται και α=2κ, τότε β=________.

β. Αν ο x είναι οποιοσδήποτε πραγματικός αριθμός τότε $\sqrt{x^2}$ =_____.

γ. Τα μονώνυμα που έχουν το ίδιο κύριο μέρος λέγονται ________ μονώνυμα.

δ. Κάθε αριθμός λέγεται _________ πολυώνυμο.

(4x2,5=10μον)

<u>Θέμα 2^{ο}:</u>

α. Τι ονομάζεται ταυτότητα;

(10μον)

β. Ποιές είναι οι αξιοσημείωτες ταυτότητες; Να αποδείξεις μία από αυτές.

(15μον)

<u>Θέμα 3^{ο}:</u>

Να υπολογίσεις την παράσταση: $A=\sqrt{49}-\sqrt{121}+\sqrt{141+\sqrt{9}}$

(10μον)

<u>Θέμα 4^{ο}:</u>

Αν $P(x)=2x^2-3x+1$, $Q(x)=-x^3+2x-1$ και $H(x)=x^2+2x$, να βρεις τα πολυώνυμα: α. P(x)+H(x), β. P(x)-Q(x), γ. P(x)- [Q(x)-H(x)].

(3x10=30μον)

<u>Θέμα 5^{ο}:</u>

Έστω τα πολυώνυμα $P(x)=2x-1$ και $Q(x)=3x-2$. Να βρεις το πολυώνυμο:A=1-3x·P(x)-P(x)·Q(x)

(10μον)

<u>Θέμα 6ο:</u>

Να κάνεις τις πράξεις: $(3x-2)^2-(2x-1)(2x+1)$

(10μον)

<u>Θέμα 7ο:</u>

Αν $\alpha = x^2 - yz, \beta = y^2 - zx$ και $\gamma = z^2 - xy$, να αποδείξεις ότι:

$\alpha^2 - \beta\gamma = x(\alpha x + \beta y + \gamma z)$

(5μον)

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

Θέμα 1^{ο}:

α. Αν οι α, β είναι διαδοχικοί άρτιοι με τη σειρά που δίνονται και α=2κ, τότε β=2κ+2.

β. Αν ο x είναι οποιοσδήποτε πραγματικός αριθμός τότε $\sqrt{x^2}=|x|$.

γ. Τα μονώνυμα που έχουν το ίδιο κύριο μέρος λέγονται όμοια μονώνυμα.

δ. Κάθε αριθμός λέγεται σταθερό πολυώνυμο.

Θέμα 2^{ο}:

α. Ταυτότητα λέγεται κάθε ισότητα που περιέχει μεταβλητές και αληθεύει για όλες τις τιμές των μεταβλητών της.

β. Οι αξιοσημείωτες ταυτότητες είναι:

α)Τετράγωνο αθροίσματος: $(\alpha+\beta)^2=\alpha^2+2\alpha\beta+\beta^2$.

Απόδειξη: $(\alpha+\beta)^2=(\alpha+\beta)(\alpha+\beta)=\alpha^2+\alpha\beta+\beta\alpha+\beta^2=$.
$\alpha^2+2\alpha\beta+\beta^2$

β)Τετράγωνο διαφοράς: $(\alpha-\beta)^2=\alpha^2-2\alpha\beta+\beta^2$.

Απόδειξη: $(\alpha-\beta)^2=(\alpha-\beta)(\alpha-\beta)=\alpha^2-\alpha\beta-\beta\alpha+\beta^2=$.
$\alpha^2-2\alpha\beta+\beta^2$

γ)Κύβος αθροίσματος: $(\alpha+\beta)^3=\alpha^3+3\alpha^2\beta+3\alpha\beta^2+\beta^3$.

Απόδειξη:

$$(\alpha+\beta)^3=(\alpha+\beta)^2(\alpha+\beta)=\left(\alpha^2+2\alpha\beta+\beta^2\right)(\alpha+\beta)=$$
$$\alpha^3+\alpha^2\beta+2\alpha^2\beta+2\alpha\beta^2+\beta^2\alpha+\beta^3=\alpha^3+3\alpha^2\beta+3\alpha\beta^2+\beta^3$$

δ)Κύβος διαφοράς: $(\alpha-\beta)^3=\alpha^3-3\alpha^2\beta+3\alpha\beta^2-\beta^3$.

Απόδειξη:

$$(\alpha-\beta)^3=(\alpha-\beta)^2(\alpha-\beta)=\left(\alpha^2-2\alpha\beta+\beta^2\right)(\alpha-\beta)= \qquad .$$
$$\alpha^3-\alpha^2\beta-2\alpha^2\beta+2\alpha\beta^2+\beta^2\alpha-\beta^3=\alpha^3-3\alpha^2\beta+3\alpha\beta^2-\beta^3$$

ε)Γινόμενο αθροίσματος επί διαφορά: $(\alpha-\beta)(\alpha+\beta)=\alpha^2-\beta^2$

Απόδειξη: $(\alpha-\beta)(\alpha+\beta)=\alpha^2+\alpha\beta-\beta\alpha-\beta^2=\alpha^2-\beta^2$.

στ)Διαφορά κύβων: $(\alpha-\beta)\left(\alpha^2+\alpha\beta+\beta^2\right)=\alpha^3-\beta^3$.

Απόδειξη:

$$(\alpha-\beta)\left(\alpha^2+\alpha\beta+\beta^2\right)=\alpha^3+\alpha^2\beta+\alpha\beta^2-\beta\alpha^2-\alpha\beta^2-\beta^3=\alpha^3-\beta^3.$$

ζ)Άθροισμα κύβων: $(\alpha+\beta)\left(\alpha^2-\alpha\beta+\beta^2\right)=\alpha^3+\beta^3$.

Απόδειξη:

$$(\alpha+\beta)\left(\alpha^2-\alpha\beta+\beta^2\right)=\alpha^3-\alpha^2\beta+\alpha\beta^2+\beta\alpha^2-\alpha\beta^2+\beta^3=\alpha^3+\beta^3.$$

Θέμα 3^o:

$$A=\sqrt{49}-\sqrt{121}+\sqrt{141+\sqrt{9}}=7-11+\sqrt{141+3}=$$
$$7-11+\sqrt{144}=7-11+12=19-11=8$$

Θέμα 4^o:

α. $P(x)+H(x)=\left(2x^2-3x+1\right)+\left(x^2+2x\right)=2x^2-3x+1+x^2+2x=$
$3x^2-x+1$

β. $P(x)-Q(x)=\left(2x^2-3x+1\right)-\left(-x^3+2x-1\right)=2x^2-3x+1+x^3-2x+1$
$=x^3+2x^2-5x+2$

γ.

$$P(x)-[Q(x)-H(x)]=\left(2x^2-3x+1\right)-\left[\left(-x^3+2x-1\right)-\left(x^2+2x\right)\right]$$
$$=2x^2-3x+1-\left(-x^3+2x-1-x^2-2x\right)=2x^2-3x+1+x^3-2x+1+x^2+2x$$
$$=x^3+3x^2-3x+2$$

Θέμα 5^o:

$$A=1-3xP(x)-P(x)Q(x)=1-3x(2x-1)-(2x-1)(3x-2)$$
$$=1-6x^2+3x-\left(6x^2-4x-3x+2\right)=1-6x^2+3x-6x^2+4x+3x-2$$
$$=-12x^2+10x-1$$

Θέμα 6ο:

$$(3x-2)^2-(2x-1)(2x+1)=(3x)^2-2\cdot 3x\cdot 2+2^2-\left[(2x)^2-1^2\right]$$
$$=9x^2-12x+4-4x^2+1=5x^2-12x+5$$

Θέμα 7ο:

Θα δείξουμε ότι: $\alpha^2-\beta\gamma=x(\alpha x+\beta y+\gamma z)$

Το πρώτο μέλος γίνεται:

$$\alpha^2-\beta\gamma=\left(x^2-yz\right)^2-\left(y^2-zx\right)\left(z^2-xy\right)=$$
$$=\left(x^2\right)^2-2x^2\cdot yz+(yz)^2-\left(y^2z^2-xy^3-z^3x+zx^2y\right)=$$
$$=x^4-2x^2yz+y^2z^2-y^2z^2+xy^3+z^3x-zx^2y=$$
$$=x^4-3x^2yz+xy^3+xz^3 \quad (1)$$

Το δεύτερο μέλος γίνεται:

$$x(\alpha x+\beta y+\gamma z)=\alpha x^2+\beta xy+\gamma xz=$$
$$=\left(x^2-yz\right)x^2+\left(y^2-zx\right)xy+\left(z^2-xy\right)xz=$$
$$=x^4-x^2yz+xy^3-zx^2y+z^3x-x^2yz=$$
$$=x^4-3x^2yz+xy^3+xz^3 \quad (2)$$

Από (1) και (2) έπεται ότι $\alpha^2-\beta\gamma=x(\alpha x+\beta y+\gamma z)$.