Κεφάλαιο 2ο: ΜΙΓΑΔΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

Ερωτήσεις του τύπου «Σωστό - Λάθος»

1. * Αν $z = α + βi$, $α, β \in R$ και $z = 0$, τότε $α = 0$ και $β = 0$. **Σ** **Λ**

2. * Αν $z = α + βi$ και $αβ \neq 0$, τότε $\frac{1}{z} = \frac{1}{α} + \frac{1}{β}i$. **Σ** **Λ**

3. * Αν $z = κ + λi$ $κ, λ \in R$, τότε $Re(z) = κ$. **Σ** **Λ**

4. * Αν $z = x + (y - 1)i$ και $Im(z) = 0$, τότε $y = 1$. **Σ** **Λ**

5. * Αν $z_1, z_2 \in C$ με $Re(z_1 + z_2) = 0$, τότε $Re(z_1) + Re(z_2) = 0$. **Σ** **Λ**

6. * Οι εικόνες των φανταστικών αριθμών στο μιγαδικό επίπεδο βρίσκονται πάνω στον άξονα y΄y. **Σ** **Λ**

7. * Αν $i^2 = -1$ τότε $i^{2003} = i$. **Σ** **Λ**

8. * Οι εικόνες των αντίθετων μιγαδικών αριθμών στο μιγαδικό επίπεδο είναι σημεία συμμετρικά ως προς τον άξονα x΄x. **Σ** **Λ**

9. * Για κάθε μιγαδικό αριθμό $z \neq 0$ ορίζεται $z^{\circ} = 1$. **Σ** **Λ**

10. *Αν M_1, M_2 είναι οι εικόνες των μιγαδικών z_1 και z_2 αντιστοίχως στο μιγαδικό επίπεδο και ο άξονας x΄x είναι η μεσοκάθετος του ευθυγράμμου τμήματος M_1M_2, τότε είναι $z_1 = \bar{z}_2$. **Σ** **Λ**

11. * Αν $z_1 = α + βi$, $z_2 \in C$, και $z_1 + z_2 = 2α$, τότε $z_2 = \bar{z}_1$. **Σ** **Λ**

12. * Αν $Re(z) = 2$ τότε οι εικόνες των μιγαδικών z στο μιγαδικό επίπεδο βρίσκονται πάνω στην ευθεία $x = 2$. **Σ** **Λ**

13. * Αν $Im(z + i) = 8$ τότε οι εικόνες των μιγαδικών z στο μιγαδικό επίπεδο βρίσκονται στην ευθεία $y = 8$. **Σ** **Λ**

14. * Η εξίσωση $x^2 - 2x + λ = 0$, $λ \in R$, μπορεί να έχει ρίζες τους μιγαδικούς $1 + i$ και $1 - i$. **Σ** **Λ**

15. * Αν η εξίσωση $αx^2 + βx + γ = 0$, $α \neq 0$, $α, β, γ \in R$ έχει ρίζα τον $2 + i$ θα έχει και τον $\frac{5}{2+i}$. **Σ** **Λ**

16. * Η εξίσωση $αx^2 + βx + γ = 0$, $α, β, γ, \in R^*$ έχει πάντοτε λύση στο C. **Σ** **Λ**

17. * Αν $Re(z_1z_2) = 0$ τότε ισχύει πάντα $Re(z_1) \cdot Re(z_2) = 0$. **Σ** **Λ**

18. * Για κάθε μιγαδικό αριθμό z ισχύει $|-z| = |\bar{z}|$. **Σ** **Λ**

19. * Για κάθε $z_1, z_2 \in C$ ισχύει $|z_1 + z_2| = |z_1| + |z_2|$. **Σ** **Λ**

20. * Η εξίσωση $|z - z_1| = |z - z_2|$, $z \in C$, παριστάνει στο μιγαδικό επίπεδο τη μεσοκάθετο του ευθυγράμμου τμήματος που έχει άκρα τα σημεία $A(z_1)$ και $B(z_2)$. **Σ** **Λ**

21. * Η εξίσωση $|z - z_1| = |z - z_2|$ με άγνωστο το $z \in C$ και $z_1, z_2 \in C$ έχει μόνο μια λύση. **Σ** **Λ**

22. * Η εξίσωση $|z - z_0| = \rho$, $\rho > 0$ παριστάνει στο μιγαδικό επίπεδο κύκλο με κέντρο K (z_0) και ακτίνα ρ. **Σ** **Λ**

23. * Για το μιγαδικό αριθμό z = 2 (συν (3π) + iημ (3π)) ισχύει Arg (z) = 3π. **Σ** **Λ**

24. * Αν $z = 3\left(\text{συν}\,\frac{\pi}{4} + i\text{ημ}\,\frac{\pi}{4}\right)$ τότε ένα όρισμα του z είναι το $\frac{29\pi}{4}$. **Σ** **Λ**

25. * Αν ένας μιγαδικός αριθμός πολλαπλασιαστεί επί i τότε η διανυσματική του ακτίνα στρέφεται κατά γωνία $\frac{\pi}{2}$. **Σ** **Λ**

26. * Η πολική μορφή του μιγαδικού αριθμού z = α + βi είναι z = ρ (συνθ + iημθ), όπου $\rho = |z|$ και θ ένα όρισμά του. **Σ** **Λ**

27. * Για τους μιγαδικούς αριθμούς
$z_1 = \rho_1$ (συνθ_1 + iημθ_1), $\rho_1 > 0$ και $z_2 = \rho_2$ (συνθ_2 + iημθ_2), $\rho_2 > 0$ ισχύει $z_1z_2 = \rho_1\rho_2$ (συν ($\theta_1\theta_2$) + ημ ($\theta_1\theta_2$)). **Σ** **Λ**

28. * Αν τα ορίσματα δύο μιγαδικών διαφέρουν κατά κπ, $\kappa \in Z$, τότε οι εικόνες τους στο μιγαδικό επίπεδο και η αρχή των αξόνων βρίσκονται στην ίδια ευθεία. **Σ** **Λ**

29. * Το θεώρημα De Moivre ισχύει και για εκθέτη αρνητικό ακέραιο αριθμό. **Σ** **Λ**

30. * Ισχύει $(\text{συν}\,12° + i\text{ημ}12°)^5 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$. **Σ** **Λ**

31. * Η εξίσωση $z^5 = 32$ έχει πέντε ρίζες, των οποίων οι εικόνες στο μιγαδικό επίπεδο βρίσκονται σε κύκλο με κέντρο το O (αρχή των αξόνων) και ακτίνα 2. **Σ** **Λ**

32. * Η εξίσωση $z^3 + i = 0$ έχει μοναδική ρίζα τον $z_0 = i$. **Σ** **Λ**

33. * Οι εξισώσεις $x^\nu = 1$ και $x^\mu = 1$, $\nu, \mu \in N^*$ έχουν τουλάχιστον μια κοινή ρίζα. **Σ** **Λ**

34. * Οι εικόνες των ριζών της εξίσωσης $z^\nu = \alpha$, $\alpha \neq 0$ και $\nu \in N^*$, στο μιγαδικό επίπεδο είναι κορυφές κανονικού ν-γώνου. **Σ** **Λ**

35. * Αν η εξίσωση $\alpha x^3 + \beta x^2 + \gamma x + \delta = 0$, $\alpha \neq 0$, έχει πραγματικούς συντελεστές, τότε αυτή έχει οπωσδήποτε μια πραγματική ρίζα. **Σ** **Λ**

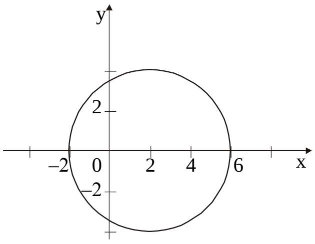
36. * Υπάρχει εξίσωση με πραγματικούς συντελεστές 3ου βαθμού που έχει ρίζες τους αριθμούς 2, 1 + i, 2 + i. **Σ** **Λ**

37. * Δύο ορίσματα ενός μιγαδικού αριθμού διαφέρουν κατά γωνία 2κπ με $\kappa \in Z$. **Σ** **Λ**

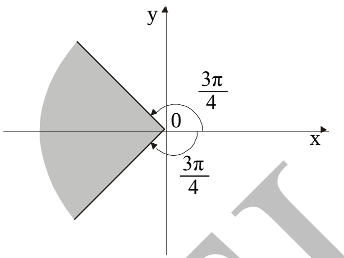
38. * Στο μιγαδικό επίπεδο η εικόνα του μιγαδικού αριθμού 2 + 3i είναι εσωτερικό σημείο του κύκλου $|z| = 4$. **Σ** **Λ**

39. ***** Όλα τα σημεία της ευθείας y = x στο μιγαδικό επίπεδο είναι εικόνες των μιγαδικών αριθμών z = α + αi με $\alpha \in R$. **Σ** **Λ**

40. ***** Στο μιγαδικό επίπεδο του διπλανού σχήματος η εξίσωση του κύκλου είναι $|z - 2| = 4$. **Σ** **Λ**



41. ***** Οι μιγαδικοί αριθμοί z που ικανοποιούν τη σχέση $|Arg(z) - \pi| < \frac{\pi}{4}$ έχουν εικόνες στο μιγαδικό επίπεδο που απεικονίζονται στο γραμμοσκιασμένο τμήμα του διπλανού σχήματος. **Σ** **Λ**



<u>Απαντήσεις</u>

1Σ ,2Λ,3Σ,4Σ,5Σ,6Σ,7Λ,8Λ,9Σ,10Σ,11Σ,12Σ,13Λ,14Σ,15Σ,16Σ17Λ,18Σ,19Λ
20Σ,21Λ,22Σ,25Σ,31Σ,32Λ,33Σ,35Σ,36Λ,38Σ39Σ,40Σ

Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής

1. * Η ισότητα $x + (y - 1)\, i = 3 + 4i$ ισχύει αν και μόνο αν

Α. $x = 3$ ή $y = 5$ **Β.** $x = 3$ και $y = 4$

Γ. $x = 3$ ή $y = 4$ **Δ.** $x = 3$ και $y = 5$ **Ε.** $x + y = 7$

2. * Αν $i^2 = -1$ και $\left[(i^2)^3\right]^{\kappa} = 1$, τότε η μικρότερη τιμή του θετικού ακεραίου κ είναι

Α. 1 **Β.** 3 **Γ.** 6 **Δ.** 2 **Ε.** 5

3. * Η εικόνα κάθε φανταστικού αριθμού στο μιγαδικό επίπεδο βρίσκεται πάνω στην ευθεία με εξίσωση

Α. $y = x$ **Β.** $y = -x$ **Γ.** $y = 0$

Δ. $x = 0$ **Ε.** σε καμία από τις προηγούμενες.

4. * Οι εικόνες των μιγαδικών $2 + 3i$ και $3 + 2i$ στο μιγαδικό επίπεδο έχουν άξονα συμμετρίας την ευθεία

Α. $x = 2$ **Β.** $y = 3$ **Γ.** $y = x$ **Δ.** $y = -x$ **Ε.** $x = 0$

5. * Αν η διανυσματική ακτίνα του μιγαδικού αριθμού z στο μιγαδικό επίπεδο έχει φορέα τη διχοτόμο της 2ης και 4ης γωνίας των αξόνων του μιγαδικού επιπέδου, τότε ο z μπορεί να είναι ο

Α. $2 + i$ **Β.** $-2 + 2i$ **Γ.** $2 + 2i$ **Δ.** $-2 - 2i$ **Ε.** $-2 - i$

6. * Αν η εικόνα του μιγαδικού z στο μιγαδικό επίπεδο είναι σημείο της ευθείας $2x + 3y - 1 = 0$, τότε ο z **δεν** μπορεί να είναι ο

Α. $\frac{1}{2}$ **Β.** $1 - \frac{1}{3}i$ **Γ.** $5 - 3i$ **Δ.** $\frac{1}{3}i$ **Ε.** $1 + 2i$

7. * Αν η εικόνα του μιγαδικού $w = (x + 1) + (y - 1)\, i$, $x, y \in R$, στο μιγαδικό επίπεδο είναι η αρχή των αξόνων, τότε ο $z = x + yi$ ισούται με

Α. $1 - i$ **Β.** $1 + i$ **Γ.** $-1 - i$ **Δ.** $-1 + i$ **Ε.** $2 + 2i$

8. * Αν $\nu \in N$, από τις παρακάτω ισότητες **δεν** είναι σωστή η

Α. $i^{4\nu} = 1$ **Β.** $i^{4\nu+1} = -i$ **Γ.** $i^{4\nu+2} = -1$ **Δ.** $i^{\nu+4} = i^{\nu}$ **Ε.** $i^{4\nu+3} = -i$

9. * Αν $z = \alpha + \beta i$ με $\alpha\beta \neq 0$ και $\bar{z}$ ο συζυγής του ποια από τις παρακάτω προτάσεις **δεν** είναι σωστή;

Α. $z + \bar{z}$ πραγματικός αριθμός **Β.** $z - \bar{z}$ φανταστικός αριθμός

Γ. $z \cdot \bar{z}$ φανταστικός αριθμός **Δ.** $-\overline{\bar{z} \cdot z}$ πραγματικός αριθμός

Ε. $\overline{z + \bar{z}}$ πραγματικός αριθμός

10. * Στο μιγαδικό επίπεδο, οι εικόνες δύο συζυγών μιγαδικών αριθμών είναι σημεία συμμετρικά

Α. ως προς τον άξονα y΄y **Β.** ως προς τον άξονα x΄x

Γ. ως προς την ευθεία $y = x$ **Δ.** ως προς την ευθεία $y = -x$

Ε. ως προς την αρχή των αξόνων

11. * Η εξίσωση $z^2 - 6z + λ = 0$, $λ \in R$, μπορεί να έχει ρίζα τον αριθμό

Α. i **Β.** $1 - i$ **Γ.** $1 + i$ **Δ.** $2 - i$ **Ε.** $3 + i$

12. * Η εξίσωση $x^2 + αx + 5 = 0$, $α \in R$ μπορεί να έχει ρίζα τον

Α. $- 3 + i$ **Β.** $2 - i$ **Γ.** $1 - i$ **Δ.** $3 - i$ **Ε.** $- 3 - i$

13. * Αν η εξίσωση $z^2 - κz + λ = 0$, $κ, λ \in Z$ έχει ρίζα τον $2 + i$ τότε ισχύει

Α. $κ = 6$ και $λ = 5$ **Β.** $κ = 4$ και $λ = 1$ **Γ.** $κ = 3$ και $λ = 4$

Δ. $κ = 4$ και $λ = 5$ **Ε.** $κ = 5$ και $λ = 4$

14. * Αν $z = x + yi$ ποια από τις παρακάτω ισότητες **δεν** είναι πάντα σωστή;

Α. $|z| = |\bar{z}|$ **Β.** $|z| = |-z|$ **Γ.** $|z|^2 = z^2$

Δ. $|z| = \sqrt{x^2 + (-y^2)}$ **Ε.** $|z^2| = |\bar{z}|^2$

15. * Αν $|z_1| = 3$ και $z_2 = 4 + 3i$ τότε η μεγαλύτερη τιμή του $|z_1 + z_2|$ είναι

Α. 5 **Β.** 8 **Γ.** 9 **Δ.** 12 **Ε.** 14

16. * Αν $|\bar{z}_1| = 2$ και $|-z_2| = 5$ τότε η ελάχιστη τιμή του $|z_1 - z_2|$ είναι

Α. 2 **Β.** 3 **Γ.** 5 **Δ.** 7 **Ε.** 10

17. * Αν $z = 3 + yi$ και $|z| = 5$, τότε μια τιμή του y είναι η

Α. 5 **Β.** $\sqrt{5}$ **Γ.** $- 4$ **Δ.** $\sqrt{3}$ **Ε.** 3

18. * Αν οι εικόνες δύο μη μηδενικών μιγαδικών αριθμών z_1 και z_2 στο μιγαδικό επίπεδο είναι στο ίδιο τεταρτημόριο, ποια από τις παρακάτω σχέσεις μπορεί να ισχύει;

Α. $z_1 = - z_2$ **Β.** $z_1 = \bar{z}_2$ **Γ.** $z_1 = - \bar{z}_2$

Δ. $Im (z_1) + Im (z_2) = 0$ **Ε.** κανένα από τα παραπάνω

19. * Αν το σημείο Ρ (x, y) είναι εικόνα του μιγαδικού $z = x + yi$ στο μιγαδικό επίπεδο για τον οποίο ισχύει $|z - 3| = 5$, το Ρ βρίσκεται πάνω σε

Α. ευθεία **Β.** έλλειψη **Γ.** κύκλο

Δ. παραβολή **Ε.** υπερβολή

20. * Η εξίσωση $|z - (1 + 2i)| = 4$ παριστάνει στο μιγαδικό επίπεδο κύκλο με

Α. κέντρο (- 1, 2) και ακτίνα 4 **Β.** κέντρο (1, - 2) και ακτίνα 2

Γ. κέντρο (1, - 2) και ακτίνα 4 **Δ.** κέντρο (1, 2) και ακτίνα 2

Ε. κέντρο (1, 2) και ακτίνα 4

21. ***** Θεωρούμε στο μιγαδικό επίπεδο τον κύκλο με κέντρο το Ο (αρχή των αξόνων) και ακτίνα 10. Από τους παρακάτω αριθμούς έχει εικόνα πάνω στον κύκλο ο μιγαδικός αριθμός

Α. $z = \sqrt{2} + 3i$ **Β.** $z = \sqrt{3} + i\sqrt{7}$ **Γ.** $z = 2 - i\sqrt{8}$

Δ. $z = 8 + 6i$ **Ε.** $z = \sqrt{2} + i\sqrt{8}$

22. ***** Ο γεωμετρικός τόπος των εικόνων του μιγαδικού αριθμού z στο μιγαδικό επίπεδο για τον οποίο ισχύει $|z - 2| = |z - i|$ είναι

Α. ο άξονας y΄y **Β.** η ευθεία y = x **Γ.** ο άξονας x΄x

Δ. η μεσοκάθετος του ευθυγράμμου τμήματος με άκρα τα σημεία (2, 0) και (0, 1)

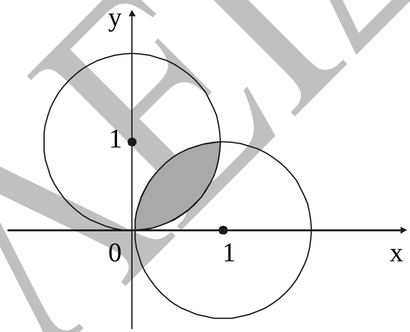
Ε. η μεσοκάθετος του ευθυγράμμου τμήματος με άκρα τα σημεία (0, 2) και (1, 0)

23. ***** Στο μιγαδικό επίπεδο ο κύκλος με κέντρο το σημείο Κ (2, 1) και ακτίνα 3 είναι ο γεωμετρικός τόπος των εικόνων του μιγαδικού z για τον οποίο ισχύει

Α. $|z - (2 - i)| = 3$ **Β.** $|z - (1 + 2i)| = 3$

Γ. $|z - (2 + i)| = 9$ **Δ.** $|z - (2 + i)| = 3$ **Ε.** $|z + (2 + i)| = 3$

24. ***** Οι μιγαδικοί αριθμοί z που οι εικόνες τους στο μιγαδικό επίπεδο βρίσκονται στο γραμμοσκιασμένο τμήμα του σχήματος είναι αυτοί για τους οποίους ισχύει



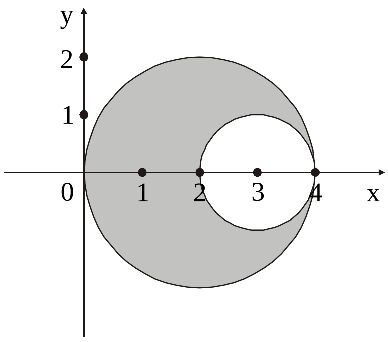
Α. $|z + 1| < 1$ και $|z + i| < 1$

Β. $|z - 1| < 1$ και $|z + i| < 1$

Γ. $|z - 1| > 1$ και $|z - i| > 1$

Δ. $|z - 1| < 1$ και $|z - i| < 1$ **Ε.** $|z + 1| < 1$ και $|z - i| < 1$

25. ***** Οι μιγαδικοί αριθμοί z που οι εικόνες τους στο μιγαδικό επίπεδο βρίσκονται στο γραμμοσκιασμένο τμήμα του σχήματος είναι αυτοί για τους οποίους ισχύει



Α. $|z - 2| < 2$ και $|z - 3| < 1$

Β. $|z - 2| < 2$ και $|z - 3| > 1$

Γ. $|z + 2| < 2$ και $|z - 3| > 1$

Δ. $|z + 2| < 2$ και $|z + 3| > 1$ **Ε.** $|z - 2| > 2$ και $|z - 3| < 1$

26. ***** Αν η εξίσωση $|z - 2| = |z - \kappa i|$ επαληθεύεται από τους μιγαδικούς αριθμούς που η εικόνα τους στο μιγαδικό επίπεδο βρίσκεται στην ευθεία y = x, ο πραγματικός αριθμός κ ισούται με

Α. 1 **Β.** - 1 **Γ.** 2 **Δ.** - 2 **Ε.** 4

27. ***** Αν οι εικόνες των μιγαδικών z_1, z_2, z_3 στο μιγαδικό επίπεδο δεν βρίσκονται στην ίδια ευθεία, τότε το πλήθος των λύσεων του συστήματος $|z-z_1| = |z-z_2| = |z-z_3|$ με άγνωστο τον z είναι

Α. 2 **Β.** 3 **Γ.** 1 **Δ.** 4 **Ε.** 0

28. ***** Για το πρωτεύον όρισμα του μιγαδικού z από τις παρακάτω προτάσεις **δεν** είναι σωστή η

Α. Το Arg (z) βρίσκεται στο διάστημα [0, 2π)

Β. Το Arg (z) είναι η γωνία που σχηματίζει η διανυσματική ακτίνα του z στο μιγαδικό επίπεδο με τον άξονα x΄x και παίρνει τιμές στο [0, 2π)

Γ. Αν Arg (z) = $\frac{\pi}{4}$ ο z έχει πραγματικό μέρος ίσο με το φανταστικό

Δ. Αν Arg (z) = $\frac{\pi}{2}$ ο z είναι πραγματικός αριθμός

Ε. Αν Arg (z) = $\frac{3\pi}{4}$ τότε Re (z) = - Im (z)

29. ***** Αν $z = \alpha + \beta i$, $\alpha\beta \neq 0$ και Arg (z) = θ, $\theta \in (0, \frac{\pi}{2})$ τότε πάντοτε ισχύει

Α. $\frac{\alpha}{\beta} = \varepsilon\varphi\theta$ **Β.** $\alpha\beta = \sigma\varphi\theta$ **Γ.** $\frac{\beta}{\alpha} = \varepsilon\varphi\theta$

Δ. $\alpha\beta = \varepsilon\varphi\theta$ **Ε.** $\alpha + \beta = \sigma\varphi\theta$

30. ***** Αν Arg (z) = $\frac{\pi}{4}$, η εικόνα του z στο μιγαδικό επίπεδο είναι σημείο της ευθείας με εξίσωση

Α. y = x **Β.** y = - x **Γ.** y = 2x **Δ.** y = - 2x **Ε.** y = $\frac{\sqrt{2}}{2}$ x

31. ***** Αν η εικόνα του μιγαδικού z στο μιγαδικό επίπεδο βρίσκεται στην ευθεία y = - x, τότε από τις παρακάτω γωνίες Arg (z) μπορεί να είναι η

Α. $\frac{\pi}{4}$ **Β.** $\frac{9\pi}{4}$ **Γ.** $\frac{3\pi}{4}$ **Δ.** π **Ε.** $\frac{5\pi}{4}$

32. ***** Αν $z_1 = z_2$ όπου $z_1 = \rho$ (συνθ + iημθ), $z_2 = \rho$ (συν $\frac{\pi}{3}$ + iημ $\frac{\pi}{3}$), ρ > 0, τότε η γωνία θ **δεν** μπορεί να είναι

Α. 420° **Β.** 780° **Γ.** 1140° **Δ.** 1320° **Ε.** 1500°

33. ***** Το γινόμενο των μιγαδικών αριθμών z_1 = 2 (συν30° + iημ30°) και z_2 = 7 (συν10° + iημ10°) είναι

Α. 14 (συν300° + iημ300°) **Β.** 9 (συν40° + iημ40°)

Γ. 14 (συν40° + iημ40°) **Δ.** 9 (συν300° + iημ300°)

Ε. 2^7 (συν3° + iημ3°)

34. ***** Ο μιγαδικός αριθμός $(\text{συν}12° + i\text{ημ}12°)^5$ ισούται με

Α. $-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ **Β.** $-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ **Γ.** $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$

Δ. $\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ **Ε.** με κανένα από τους προηγούμενους

35. ***** Αν $z = \dfrac{20\,(\text{συν}15° + i\text{ημ}15°)}{5\,(\text{συν}3° + i\text{ημ}3°)}$ τότε ο z ισούται

Α. 4 **Β.** $15\,(\text{συν}5° + i\text{ημ}5°)$

Γ. $4\,(\text{συν}12° + i\text{ημ}12°)$ **Δ.** $4\,(\text{συν}5° + i\text{ημ}5°)$

Ε. $15\,(\text{συν}12° + i\text{ημ}12°)$

36. ***** Αν $z = \rho\,(\text{συν}20° + i\text{ημ}20°)$, $\rho > 0$, τότε το $\text{Arg}\,(\bar{z})$ ισούται με

Α. $(\frac{1}{20})°$ **Β.** 70° **Γ.** $(\frac{1}{70})°$ **Δ.** 160° **Ε.** 340°

37. ***** Αν Α, Β είναι οι εικόνες στο μιγαδικό επίπεδο των μιγαδικών z και iz αντιστοίχως τότε η γωνία ΑΟΒ (Ο η αρχή των αξόνων) ισούται με

Α. $\frac{3\pi}{2}$ **Β.** $\frac{2\pi}{3}$ **Γ.** π **Δ.** $\frac{5\pi}{6}$ **Ε.** $\frac{\pi}{2}$

38. ***** Αν $z = \text{συν}\theta + i\text{ημ}\theta$ τότε ο $\frac{1}{z}$ ισούται με

Α. $\frac{1}{\text{συν}\theta} + i\frac{1}{\text{ημ}\theta}$ **Β.** $\text{συν}\frac{1}{\theta} + i\text{ημ}\frac{1}{\theta}$ **Γ.** $-\text{συν}\theta - i\text{ημ}\theta$

Δ. $\text{συν}(-\theta) + i\text{ημ}(-\theta)$ **Ε.** $-\text{συν}\theta + i\text{ημ}\theta$

39. ***** Αν $z = \text{συν}\frac{\pi}{4} + i\text{ημ}\frac{\pi}{4}$, ο z^{2000} ισούται με

Α. $\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}$ **Β.** 1 **Γ.** -1 **Δ.** 0 **Ε.** $-i$

40. ***** Αν P (x) πολυώνυμο τουλάχιστον 2ου βαθμού με πραγματικούς συντελεστές και η εξίσωση P (x) = 0 έχει ρίζα τον αριθμό 2 - i, θα έχει οπωσδήποτε και τον

Α. $2 + i^{20}$ **Β.** $\frac{1}{2 + i^{20}}$ **Γ.** $2 + i^{33}$ **Δ.** $\frac{1}{2 - i}$ **Ε.** $2 - i^4$

41. ***** Αν η εξίσωση $x^3 + \kappa x + \lambda = 0$, $\kappa, \lambda \in R$, έχει ως λύση την $x = 2 + 5i$, τότε αποκλείεται να έχει λύση την

Α. $x = 5$ **Β.** $x = 2 - 5i$ **Γ.** $x = 0$ **Δ.** $x = 1 + i$ **Ε.** $x = -3$

42. ***** Οι αριθμοί $2 + i$, $3 - 5i$, $-1 + 3i$, $2 + 7i$ είναι ρίζες του πολυωνύμου $f(x) = \alpha_\nu x^\nu + \alpha_{\nu-1} x^{\nu-1} + \alpha_{\nu-2} x^{\nu-2} + \ldots + \alpha_1 x + \alpha_0$, $\alpha_\nu \neq 0$, $\nu \in N^*$, με πραγματικούς συντελεστές. Για το ν ισχύει

Α. $\nu = 4$ **Β.** $\nu = 6$ **Γ.** $4 < \nu < 8$

Δ. $\nu \geq 8$ **Ε.** $6 \leq \nu < 8$

<u>Απαντήσεις</u>

1Δ, 2Δ, 3Δ, 4Γ, 5Β, 6Ε, 7Δ, 8Β, 9Γ, 10Β, 11Ε, 12Β, 13Δ, 14Γ, 15Β, 16Β, 17Γ, 18Ε, 19Γ,
20Ε, 21Δ, 22Δ, 23Δ, 24Δ ,25Β, 26Γ, 27Γ,

Ερωτήσεις συμπλήρωσης

1. ***** Ο z είναι μιγαδικός αριθμός. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα:

z	Re (z)	Im (z)	$-z$	$\bar{z}$	$\frac{1}{z}$	$\lvert z \rvert$
$-2+3i$						
$-2i$						
-5						
$\frac{1}{3i}$						

2. ***** Οι αριθμοί z_1, z_2 είναι μιγαδικοί. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα:

μιγαδικός αριθμός z	$z_1 = \sqrt{3} + i$	$z_2 = -\sqrt{2} + \sqrt{2}\,i$	$z_1 \cdot z_2 = \ldots$	$\frac{z_2}{z_1} = \ldots$	$\left(\frac{z_2}{z_1}\right)^3 = \ldots$
$\lvert z \rvert$					
Agr (z)					
τριγωνο-μετρική μορφή z					

Ερωτήσεις αντιστοίχισης

1. ***** Αν $z = \alpha + \beta i$, να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα ώστε κάθε παράσταση της στήλης Α να αντιστοιχεί στην ίση της που βρίσκεται στη στήλη Β.

Στήλη Α	Στήλη Β
Α. $\bar{\bar{z}}$ **Β.** $z + \bar{z}$ **Γ.** $z - \bar{z}$ **Δ.** $z\bar{z}$	**1.** 2α **2.** $\alpha^2 + \beta^2$ **3.** $\alpha + \beta i$ **4.** $\alpha - \beta i$ **5.** $2\beta i$ **6.** $2\alpha + i$

Α	Β	Γ	Δ
3	1	5	2

2. ***** Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα ώστε σε κάθε σχέση της στήλης Α να αντιστοιχεί ο γεωμετρικός τόπος των εικόνων του z που βρίσκεται στη στήλη Β.

Στήλη Α	**Στήλη Β**
σχέση που ικανοποιεί ο μιγαδικός αριθμός z	***γεωμετρική περιγραφή των εικόνων του z στο μιγαδικό επίπεδο***
Α. το πραγματικό μέρος του z είναι 2 **Β.** το πραγματικό μέρος του z είναι ίσο με το φανταστικό μέρος του **Γ.** το πραγματικό μέρος του z είναι αντίθετο του φανταστικού μέρους του	**1.** ο άξονας x΄x **2.** η ευθεία y = x **3.** η ευθεία y = - x **4.** η ευθεία x = 2 **5.** η ευθεία y = - 2

Α	Β	Γ
4	2	3

3. ***** Αν η εικόνα του μιγαδικού αριθμού z στο μιγαδικό επίπεδο είναι το σημείο Μ $(\frac{1}{2}, 1)$, να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα ώστε κάθε μιγαδικός αριθμός της στήλης Α να αντιστοιχεί στην εικόνα του που βρίσκεται στη στήλη Β.

Στήλη Α	**Στήλη Β**
μιγαδικός αριθμός	***σημείο στο μιγαδικό επίπεδο***
Α. $\frac{1}{\bar{z}}$	**1.** $(-\frac{1}{2}, 1)$
	2. $(\frac{2}{5}, -\frac{4}{5})$
Β. $-\bar{z}$	**3.** $(\frac{1}{2}, \frac{4}{5})$
	4. $(-1, \frac{1}{2})$
Γ. iz	**5.** $(\frac{2}{5}, \frac{4}{5})$

Α	**Β**	**Γ**
5	**1**	**4**

4. ***** Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα ώστε κάθε δύναμη του i που υπάρχει στη στήλη Α να αντιστοιχεί στην τιμή της που βρίσκεται στη στήλη Β.

Στήλη Α	**Στήλη Β**
δύναμη του i	
Α. i^{13}	**1.** $-i$
	2. i
Β. i^{14}	**3.** -1
	4. 0
Γ. i^{15}	**5.** 1
	6. $2i$
Δ. i^{0}	

Α	Β	Γ	Δ
2	**3**	**1**	**5**

5. ***** Αν $z = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$, να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα ώστε κάθε στοιχείο της στήλης Α να αντιστοιχεί στο ίσο του που βρίσκεται στη στήλη Β.

Στήλη Α	**Στήλη Β**
Α. $\left\|\frac{1}{z}\right\|$	**1.** 0
Β. $1 - \left\|z^{20}\right\|$	**2.** 1
Γ. $\left\|\frac{(\overline{z})^{31}}{2\left\|-z^2\right\|}\right\|$	**3.** 2
	4. $\frac{1}{2}$
	5. 4

Α	Β	Γ
2	**1**	**4**

6. ***** Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα ώστε ο γεωμετρικός τόπος των εικόνων του z στο μιγαδικό επίπεδο της στήλης Α να αντιστοιχεί στη σχέση που βρίσκεται στη στήλη Β.

Στήλη Α	**Στήλη Β**
γεωμετρική περιγραφή των εικόνων του z στο μιγαδικό επίπεδο	***σχέση που ικανοποιεί ο μιγαδικός αριθμός z***
Α. κύκλος κέντρου Κ (2, 1) και ακτίνας 3 **Β.** μεσοκάθετος του τμήματος με άκρα τα σημεία (2, 0), (0, - 1) **Γ.** κύκλος κέντρου Ο (0, 0) και ακτίνας 3	**1.** $\lvert z+2+i \rvert = 3$ **2.** $\lvert z \rvert = 3$ **3.** $\lvert z-2-i \rvert = 3$ **4.** $\lvert z+2 \rvert = \lvert z-i \rvert$ **5.** $\lvert z-2 \rvert = \lvert z+i \rvert$

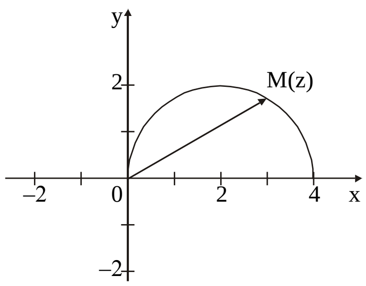
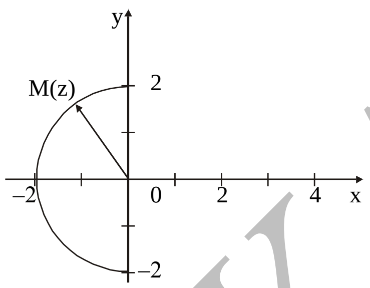
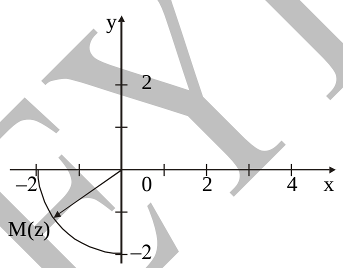
Α	**Β**	**Γ**
3	**5**	**2**

7. ***** Αν z = x + yi, x, y ≠ 0 και c σταθερός πραγματικός αριθμός, διάφορος του μηδενός, να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα ώστε σε κάθε παράσταση της στήλης Α να αντιστοιχεί ο γεωμετρικός τόπος των εικόνων του z που βρίσκεται στη στήλη Β.

Στήλη Α	**Στήλη Β**
σχέση που ικανοποιεί ο μιγαδικός αριθμός z	***γεωμετρικός τόπος του z στο μιγαδικό επίπεδο***
Α. Re (z) = c **Β.** Im (z) = c **Γ.** Re (z) · Im (z) = c	**1.** y = x + c **2.** $y = \frac{c}{x}$ **3.** y = c **4.** c·x + y = 0 **5.** x = c

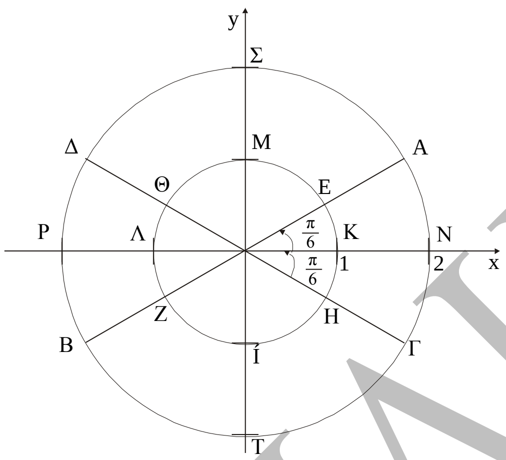
Α	**Β**	**Γ**
5	**3**	**2**

8. ***** Στα σχήματα της στήλης Α φαίνονται τόξα κύκλων στα οποία βρίσκεται η εικόνα του μιγαδικού αριθμού z στο μιγαδικό επίπεδο. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα ώστε σε κάθε σχήμα της στήλης Α να αντιστοιχεί η σωστή σχέση της στήλης Β.

	Στήλη Α	**Στήλη Β**
Α.		**1.** $\lvert z\rvert = 2$, $\text{Im}(z) \le 0$ και $\text{Re}(z) \le 0$ **2.** $\lvert z-2\rvert = 2$ και $\text{Im}(z) \ge 0$
Β.		**3.** $\lvert z\rvert = 2$ και $\text{Re}(z) \le 0$ **4.** $\lvert z+2\rvert = 2$ και $\text{Re}(z) < 0$
Γ.		

Α	**Β**	**Γ**
23	**3**	**1**

9. ***** Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα ώστε κάθε μιγαδικός αριθμός της στήλης Α να αντιστοιχεί στην εικόνα του στο μιγαδικό επίπεδο που βρίσκεται στη στήλη Β.

Στήλη Α	**Στήλη Β**
1. $z_1 = 2\left(\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{6} + i\eta\mu\frac{\pi}{6}\right)$ **2.** $z_2 = \sigma\upsilon\nu\frac{5\pi}{6} + i\eta\mu\frac{5\pi}{6}$ **3.** $z_3 = \sigma\upsilon\nu\frac{19\pi}{6} + i\eta\mu\frac{19\pi}{6}$ **4.** $z_4 = 2\left(\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{6} - i\eta\mu\frac{\pi}{6}\right)$	

1	2	3	4